Εξελικτικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης για το πρόβλημα σχηματισμού μαθητικών ομάδων εξατομικευμένης διδασκαλίας στην εκπαίδευση

Κωνσταντίνος Ζερβουδάκης, PhDc
Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης
kzervoudakis@isc.tuc.gr

Κωνσταντίνος Μαστροθανάσης, PhDc
Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης
pred18001@aegean.gr

Κωνσταντίνος Καλοβρέκτης, PhD, PostDoc
Διδάσκων Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών
kkalovr@uth.gr

Περίληψη

Σκοπός της εργασίας είναι η σύγκριση τεχνικών υπολογιστικής νοημοσύνης για την κατηγοριοποίηση των μαθητών σύμφωνα με τις αρχές της εξατομικευμένης διδασκαλίας. Βάσει των αποτελεσμάτων, η εφαρμογή αλγόριθμου διαφορικής εξέλιξης και γενετικού αλγορίθμου σε δεδομένα που αναφύονται από την πολυπρισματική αξιολόγηση των χαρακτηριστικών και αναγκών του μαθητή, συμβάλλει στον αποτελεσματικό σχηματισμό ομοιογενών μαθητικών ομάδων, με κοινά γνωρίσματα μαθησιακής ικανότητας, δυσκολιών, ψυχοκοινωνικό και γνωστικό προφίλ. Έτσι ο εκπαιδευτικός μπορεί να διαχειρίζεται ευκολότερα τους μαθητές του και να γνωρίζει τα χαρακτηριστικά της κάθε ομάδας. Η μεθοδολογία αυτού του προβλήματος παρέχει βελτιωμένες ικανότητες κατηγοριοποίησης σε σχέση με συμβατικές μεθόδους.

Λέξεις κλειδιά: Εξελικτικοί αλγόριθμοι, γενετικός αλγόριθμος, αλγόριθμος διαφορικής εξέλιξης, συσταδοποίηση, NP-hard, εξατομικευμένη διδασκαλία

Abstract

The aim of this paper is to present a method that uses computational intelligence techniques to classify pupils in mathematics according to the principles of personalized instruction. According to the results, the application of differential evolution optimization algorithm as well as genetic algorithm to a set of data emerging from the multiperspectivity assessment of the pupil's particular characteristics and needs, contributes to the effective formation of homogeneous student groups with common skills, difficulties, psychosocial and cognitive profiles. Thus, the teacher can easily manage students, by knowing the characteristics of each group. This method provides improved categorization capabilities with respect to the existing ones.

Keywords: Evolutionary algorithms, genetic algorithm, differential evolution, clustering, NP-hard, personalized teaching

1 Εισαγωγή

Η εξατομικευμένη διδασκαλία είναι μια σχεδιαστική και διδακτική μεθοδολογία προσανατολισμένη στις ιδιαίτερες ανάγκες και το μαθησιακό προφίλ του μαθητή. Πλήθος ερευνητών υποστηρίζουν πως η αξιοποίηση της στα πλαίσια της διδακτικής πράξης αποτελεί βασικό πυλώνα αποτελεσματικής διδασκαλίας, που, μάλιστα, συνδέεται με τη βελτίωση της επίδοσης των μαθητών (Hopkins, 2010). Πρακτικές εξατομικευμένης διδασκαλίας συναντάμε ιδιαίτερα στο χώρο της ειδικής αγωγής και εκπαίδευσης (Παντελιάδου, 2011) αλλά και γενικότερα σε τάξεις μεικτών ικανοτήτων για την διαφοροποιημένη υποστήριξη όλων των μαθητών (Tomlinson et al. 2003). Σε αυτές ο εκπαιδευτικός λαμβάνει υπόψη του τη μαθησιακή ταυτότητα και το στυλ μάθησης του κάθε μαθητευομένου, ομαδοποιεί τα ιδιαίτερα γνωρίσματα του μαθητή σύμφωνα με μια πολυπρισματική θεώρηση που εστιάζει σε αυτόν και τις ανάγκες του (Deunk et al., 2018).

Με δεδομένο την ατομική διαφορετικότητα ως προς την ετοιμότητα, τα ενδιαφέροντα και τους τρόπους μάθησης της τάξης, σχεδιάζεται και εφαρμόζεται σε μικρές ομάδες μαθητών με παρόμοια χαρακτηριστικά. Βάσει της ομαδοποίησης αυτής ο εκπαιδευτικός παρέχει εξατομικευμένο μαθησιακό υλικό και διαφοροποιημένη καθοδήγηση στις ομάδες ή στα άτομα, προσαρμοσμένα για την ικανοποίηση των μαθησιακών τους αναγκών (Roy, Guay & Valois 2013). Σε μια τάξη που επίκεντρο είναι ο μαθητής, οι εκπαιδευτικοί επικεντρώνονται στις ανάγκες όλων των εκπαιδευομένων μέσα από την εξατομικευμένη υποστήριξη και καθοδήγηση των ομάδων διδασκαλίας και χρησιμοποιούν μια μεγάλη ποικιλία στρατηγικών και πρακτικών διδασκαλίας για να το επιτύχουν αυτό. Βέβαια, για να ανταποκρίνεται η εξατομικευμένη διδασκαλία στις εκπαιδευτικές ανάγκες, προϋπόθεση αποτελεί η αξιολόγηση και η γνώση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών του μαθητή από τον εκπαιδευτικό. Η εξατομικευμένη διδασκαλία είναι αποδοτική όταν συνδυάζεται από κατάλληλο εκπαιδευτικό υλικό, όταν παρέχεται εστιασμένη υποστήριξη ως προς το επίπεδο, τις ανάγκες και τις δυσκολίες που παρουσιάζουν οι μαθητές, όπως επίσης και από την κατάλληλη ομαδοποίηση όλων αυτών των χαρακτηριστικών για τη διαφοροποιημένη διαχείριση της τάξης (Nomi, 2009; Saleh, Lazonder, & De Jong, 2005).

Αν και στην πλειοψηφία τους οι εκπαιδευτικοί αναγνωρίζουν την αναγκαιότητα της εξατομικευμένης διδασκαλίας, έρευνες καταδεικνύουν ότι οι προσαρμογές που οι ίδιοι κάνουν στη μαθησιακή διαδικασία είναι περιορισμένες (Wan, 2017). Ένας ανασταλτικός παράγοντας εφαρμογής εξατομικευμένων πρακτικών στην τάξη, σχετίζεται με τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι εκπαιδευτικοί στο να αξιοποιήσουν στρατηγικές ευέλικτης ομαδοποίησης και διαφοροποίησης (Prast, Van de Weijer-Bergsma, Kroesbergen & Van Luit 2018; Santangelo & Tomlinson, 2012). Ο προβληματισμός επικεντρώνεται στην κατάλληλη αποτίμηση όλων αυτών των ιδιαίτερων μαθησιακών χαρακτηριστικών και την υιοθέτηση ασφαλών κριτηρίων για την πολυκριτήρια ομαδοποίηση των μαθητών, όπως επίσης και για το χρόνο που χρειάζεται σε επίπεδο εφαρμογής μια τέτοια προσέγγιση. Η αποτελεσματικότητα της εξατομικευμένης διδασκαλίας εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τον τρόπο με τον οποίο οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί ομαδοποιούν τους μαθητές τους καθώς και τα κριτήρια που αξιοποιούν για ομαδοποίηση των μαθησιακών ικανοτήτων και αναγκών (Faber, Glas & Visscher, 2018). Οι εκπαιδευτικοί συνήθως λαμβάνουν υπόψιν τους δεδομένα μαθησιακής επίτευξης κατά το διαχωρισμό, αντιμετωπίζοντας ντετερμινιστικά την αξιολόγηση και την ομαδοποίηση των μαθητών τους (Savu-Cristescu, 2013). Ωστόσο, είναι σημαντικό να βασίζουν τη σύνθεση των ομάδων διδασκαλίας τους σε ποικίλους πόρους δεδομένων που αντικατοπτρίζουν ολιστικά το γνωστικό, νοητικό και κοινωνικοσυναισθηματικό προφίλ του μαθητή και τη σχέση του με τη δυναμική της τάξης (Houtveen, Booij, De Jong & Van de Grift, 1999). Στην πράξη, ωστόσο, ένα τέτοιο έργο, είναι εξαιρετικά δύσκολο λόγω της συνθετότητας και της πολικριτηριακής φύσης της αποτελεσματικής ομαδοποίησης. Στην κατεύθυνση αυτή, το πρόβλημα του σχηματισμού μαθητικών ομάδων για την εφαρμογή προγραμμάτων εξατομικευμένης διδασκαλίας μπορεί να χαρακτηριστεί ως ένα NP-hard πρόβλημα, όταν για την αξιολόγηση των μαθητών δεν λαμβάνεται υπόψη μόνο ένα κριτήριο αλλά ένα σύνολο ατομικών, μαθησιακών, ψυχολογικών και κοινωνικών χαρακτηριστικών (Yeoh & Mohamad Nor, 2011).

Η υπολογιστική νοημοσύνη αποτελεί τομέα της τεχνητής νοημοσύνης και βασίζεται στη μίμηση στοιχείων ευφυΐας που παρατηρούνται στα έμβια όντα. Προσφέρει τεχνικές αποτελεσματικής επίλυσης σύνθετων προβλημάτων που δεν θα μπορούσαν να επιλυθούν με συμβατικές μεθόδους (Floreano & Mattiussi, 2008), ενώ μπορεί να βρει εφαρμογές και στην εκπαίδευση (Karsenti, 2019). Ανασκοπώντας τη βιβλιογραφία, θα διαπιστωθούν μελέτες που χρησιμοποιούν μεθοδολογίες υπολογιστικής νοημοσύνης για τον αυτοματοποιημένο σχηματισμό ομάδων στο χώρο της εκπαίδευσης (Chikh & Hank, 2016; Agrawal, Golshan & Terzi, 2014). Αυτές αντιμετωπίζουν τον σχηματισμό ομοιογενών ή ετερογενών ομάδων ως ένα πολύπλοκο πρόβλημα. Σε αυτό το πλαίσιο οι Ani et al., (2010), οι Pinninghoff, Ramírez, Contreras Arriagada, Salcedo Lagos (2015), οι Moreno, Ovalle και Vicari (2012), οι Wang, Lin και Sun (2007), οι Hwang, Yin, Hwang & Tsai (2008) αξιοποιούν γενετικούς αλγόριθμους, οι Ho, Shyu, Wang και Li (2009) και οι Lin, Huang και Cheng (2010) χρησιμοποιούν αλγόριθμους βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων, οι Ζερβουδάκης και Μαστροθανάσης (υπό έκδοση) αξιοποιούν αλγόριθμο διαφορικής εξέλιξης και οι Graf και Bekele (2006) αλγόριθμους βελτιστοποίησης με βάση την λειτουργία των αποικιών των μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization, ACO) για το σχηματισμό μαθητικών ομάδων βασισμένων σε ποικίλα χαρακτηριστικά.

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι ο σχεδιασμός και προγραμματισμός ενός τεχνολογικού συστήματος που αξιοποιεί τεχνικές υπολογιστικής νοημοσύνης για να διευκολύνει την κατηγοριοποίηση των μαθητών, βάσει εξατομικευμένης αξιολόγησης των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών τους. Η αξιοποίησή του στοχεύει στο να διευκολύνει τη λήψη αποφάσεων του εκπαιδευτικού μέσα την τάξη. Με χρήση αλγόριθμου διαφορικής εξέλιξης (DE), καθώς και του γενετικού αλγορίθμου (GA) θα σχηματίζονται, μέσα από πολυκριτήριες εκτιμήσεις, ταξινομημένες και ετερογενείς μεταξύ τους μαθητικές ολιγομελής ομάδες, με τα μέλη της κάθε μίας να φέρει ομοιογενή χαρακτηριστικά μαθησιακής ικανότητας, δυσκολιών στο γνωστικό αντικείμενο, ψυχοκοινωνικό και γνωστικό προφίλ για την εφαρμογή εξατομικευμένων προγραμμάτων διδασκαλίας.

2 Εξελικτικοί αλγόριθμοι και ομαδοποίηση

2.1 Γενετικός Αλγόριθμος

Ο Γενετικός Αλγόριθμος (Genetic Algorithm - GA) (Goldberg, 1989) μιμείται τις διαδικασίες από τη φυσική εξέλιξη, με βάση την επιβίωση και την αναπαραγωγή του πιο δυνατού. Στον GA, οι λύσεις οι οποίες αποκαλούνται χρωμοσώματα, εξελίσσονται κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων μέσα από τη διαδικασία της διασταύρωσης και της εξέλιξης. Οι λύσεις αξιολογούνται μέσω μιας αντικειμενικής συνάρτησης. Εάν μια νέα λύση είναι καλύτερη από κάποια προηγούμενη, τότε την αντικαθιστά. Στη συνεχή βελτιστοποίηση, δύο γονείς επιλέγονται τυχαία, και κατόπιν δημιουργούνται δύο απόγονοι όπως περιγράφεται παρακάτω (Haupt & Haupt, 2004):

$$offspring_1 = L * parent_1 + (1 - L) * parent_2 \quad (1)$$

$$offspring_2 = L * parent_2 + (1 - L) * parent_1 \quad (2)$$

όπου L είναι ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα [0, 1].

Με σκοπό να αντιμετωπιστούν προβλήματα πρόωρης σύγκλισης ή εγκλωβισμού σε κάποιο τοπικό βέλτιστο, μία τυχαία μετάλλαξη εφαρμόζεσαι σε ένα μέρος του πληθυσμού λύσεων, με σκοπό την εξερεύνηση νέων λύσεων. Πιο συγκεκριμένα, προσθέτουμε μία τυχαία τιμή σε κάποιο στοιχείο μίας λύσης ως:

$$solution'_n = solution_n + \sigma N_n(0,1) \quad (3)$$

όπου σ είναι ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα [0, 1] και $N_n(0,1)$ είναι μια τυπική κανονική κατανομή με μέση τιμή = 0 και διακύμανση = 1.

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας ψευδοκώδικας του γενετικού αλγορίθμου (GA).

```
Αρχικοποίηση
Αρχικοποίηση παραμέτρων
Δημιουργία του αρχικού πληθυσμού
Υπολογισμός της συνάρτησης ποιότητας για κάθε
  μέλος του πληθυσμού
Κύρια Φάση
Επανέλαβε μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο
  τερματισμού
    Για κάθε υποψήφια λύση i
        Επέλεξε τυχαία δύο γονείς
        Δημιουργία δύο απογόνων
    Τέλος
    Αξιολόγηση απογόνων
    Μετάλλαξη τυχαίων λύσεων
    Επιλογή καλύτερων σωματιδίων για την
            επόμενη επανάληψη
Τέλος επανάληψης
Παρουσίαση αποτελεσμάτων
```

2.2 Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης

Ο αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution - DE) (Storn & Price, 1997), είναι μία τεχνική στοχαστικής βελτιστοποίησης βασισμένη στον πληθυσμό. Χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων συνεχούς βελτιστοποίησης. Ο DE είναι ένας πολύ απλός αλγόριθμος βελτιστοποίησης αφού χρησιμοποιεί μόνο δύο διαφορετικές παραμέτρους, τον τελεστή διασταύρωσης και τον τελεστή μετάλλαξης.

Στον DE, κάθε σωματίδιο αναπαριστά μία υποψήφια λύση. Οι νέες υποψήφιες λύσεις δημιουργούνται συνδυάζοντας τα χαρακτηριστικά (γονίδια) ενός γονέα με αυτά κάποιων ακόμα σωματιδίων του πληθυσμού λύσεων. Για κάθε γονέα, ο αλγόριθμος χρησιμοποιώντας τον τελεστή μετάλλαξης δημιουργεί ένα δοκιμαστικό διάνυσμα. Σύμφωνα με τους Das, Mullick, & Suganthan (2016), σε κάθε επανάληψη του DE, ένα διάνυσμα μετάλλαξης v_i^t δημιουργείτε για κάθε μία λύση. Οι πέντε πιο ευρέως χρησιμοποιημένες μέθοδοι μετάλλαξης είναι:

DE/rand/1: $v_i^t = x_{R_1 i}^t + F\left(x_{R_2 i}^t - x_{R_3 i}^t\right)$ (4)

DE/best/1: $v_i^t = x_{best}^t + F\left(x_{R_1 i}^t - x_{R_2 i}^t\right)$ (5)

DE/current-to-best/1:

$$v_i^t = x_i^t + F(x_{best}^t - x_i^t) + F\left(x_{R_1 i}^t - x_{R_2 i}^t\right) \quad (6)$$

DE/best/2:

$$v_i^t = x_{best}^t + F\left(x_{R_1 i}^t - x_{R_2 i}^t\right) + F\left(x_{R_3 i}^t - x_{R_4 i}^t\right) \quad (7)$$

DE/rand/2:

$$v_i^t = x_{R_1 i}^t + F\left(x_{R_2 i}^t - x_{R_3 i}^t\right) + F\left(x_{R_4 i}^t - x_{R_5 i}^t\right) \quad (8)$$

Τα διανύσματα x_{R_1} μέχρι x_{R_5} είναι τυχαία διανύσματα λύσεων μέσα από τον πληθυσμό λύσεων. Η μεταβλητή F είναι θετική παράμετρος μετάλλαξης και x_{best} το διάνυσμα της καλύτερης λύσης που έχει βρεθεί έως τώρα.

Μία προσπάθεια βελτίωσης του DE είναι η μέθοδος dither, στην οποία η μεταβλητή F μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων. Σύμφωνα μ τους Price, Storn, & Lampinen (2005), η μεταβλητή F μεταβάλλεται κάθε φορά από τη σχέση:

$$F = F_{low} + rand * \left(F_{high} - F_{low}\right) \quad (9)$$

όπου F_{low} και F_{high} η ψηλότερη και χαμηλότερη τιμή του F αντίστοιχα, και $rand$ είναι ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα [0, 1].

Μέσα από τη διασταύρωση ένα υποψήφιο διάνυσμα λύσεων αναμιγνύει στοιχεία του διανύσματος x_i^t με το διάνυσμα μετάλλαξης με σκοπό να δημιουργήσει ένα νέο διάνυσμα σύμφωνα με πια προκαθορισμένη πιθανότητα, όπως περιγράφεται παρακάτω:

$$u_{i,j}^t = \begin{cases} v_{i,j}^t, & if\ j = k \text{ ή } rand_{i,j} \le Cr \\ x_{i,j}^t, & διαφορετικά \end{cases} \quad (10)$$

όπου k είναι ένας τυχαίος αριθμός στο σύνολο $\{1,2,\dots,d\}$ και $rand_{i,j}$ είναι ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα $[0,1]$. Τέλος, Cr είναι η πιθανότητα διασταύρωσης. Η υποψήφια λύση αντικαταστεί τον αντίστοιχο γονέα εάν είναι καλύτερη από αυτόν. Σε διαφορετική περίπτωση απορρίπτεται.

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας ψευδοκώδικας του αλγόριθμου Διαφορικής Εξέλιξης (DE).

Αρχικοποίηση
Αρχικοποίηση των παραμέτρων ελέγχου F_{min}, F_{max} και Cr
Δημιουργία του αρχικού πληθυσμού
Υπολογισμός της συνάρτησης ποιότητας για κάθε μέλος του πληθυσμού
Κύρια Φάση
Επανέλαβε μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού
    Για κάθε υποψήφια λύση i
        Δημιούργησε το δοκιμαστικό διάνυσμα χρησιμοποιώντας την εξίσωση (1)
        Δημιουργία απογόνου με χρήση διασταύρωσης
        Αξιολόγησε τον απόγονο
        Αν ο απόγονος είναι καλύτερος, ο απόγονος αντικαταστεί τον γονέα
    Τέλος
Τέλος επανάληψης
Παρουσίαση αποτελεσμάτων

2.3 Ομαδοποίηση

Προσπάθειες επίλυσης προβλημάτων ομαδοποίησης αφορούν τους αλγορίθμους k-Means (Lloyd, 1982), DBSCAN (Ester, Kriegel, Sander, & Xu, 1996), OPTICS (Ankerst, Breunig, Kriegel, & Sander, 1999), και Fuzzy Clustering (Dunn, 1974). Για καθέναν όμως από αυτούς τους αλγορίθμους χρειάζεται η εκ των προτέρων γνώση του ακριβή αριθμού των συστάδων. Επομένως, μερικές από τις κλασικές προσεγγίσεις ομαδοποίησης δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίτευξη του στόχου της αυτόματης συσταδοποίησης.

Η ομαδοποίηση μπορεί να χαρακτηριστεί ως πρόβλημα βελτιστοποίησης, και έτσι μπορεί να λυθεί χρησιμοποιώντας αλγορίθμους βελτιστοποίησης και πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιώντας προσεγγιστικούς αλγορίθμους. Για τα προβλήματα ομαδοποίησης, ο αριθμός των ατόμων κάθε ομάδας δεν είναι γνωστός εξαρχής. Επομένως, μερικές από τις κλασικές προσεγγίσεις ομαδοποίησης δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίτευξη αυτού του στόχου. Ωστόσο, ορίζοντας μία καλή αντικειμενική συνάρτηση, η αυτόματη ομαδοποίηση μπορεί να πραγματοποιηθεί με προσεγγιστικούς αλγορίθμους.

3 Μεθοδολογία ανάπτυξης

Για την επίλυση του NP-hard προβλήματος της κατηγοριοποίησης των μαθητών σε ετερογενείς ομάδες με παρόμοια χαρακτηριστικά σε επίπεδο ομάδας, εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος DE σε αξιολογικά δεδομένα μαθητών. Παρόλο που ο αλγόριθμος μπορεί να προγραμματιστεί σε οποιαδήποτε γλώσσα προγραμματισμού, επιλέξαμε το προγραμματιστικό περιβάλλον της Matlab, λόγω της ευκολίας δημιουργίας γραφικών παραστάσεων (Παπαοδυσσεύς, Καλοβρέκτης & Μυλωνάς, 2016). Οι δοκιμές έγιναν σε έναν i5 επιτραπέζιο υπολογιστή των 3.3 GHz, με 8GB μνήμη RAM.

Εφαρμόζοντας τον DE, υποθέτουμε ότι έχουμε n μαθητές αποτελούμενοι από m χαρακτηριστικά, οι οποίοι θα πρέπει να χωριστούν το πολύ σε k ομάδες. Τότε, κάθε υποψήφια λύση αναπαρίσταται ως ένας πίνακας $k \times (m+1)$. Κάθε γραμμή του πίνακα αναπαριστά το κέντρο κάποιας ομάδας. Οι τυχαίες αρχικές τιμές των m στηλών κάθε υποψήφιας λύσης, βρίσκονται στο διάστημα τιμών του πίνακα δεδομένων, ανα στήλη, ενώ οι τιμές της τελευταίας στήλης κυμαίνονται στο διάστημα $(0,1)$. Ο λόγος ύπαρξης της τελευταίας στήλης είναι να καθορίζει τον αριθμό των συστάδων. Στην περίπτωση όπου κάποια τιμή της τελευταίας στήλης είναι μικρότερη από μία σταθερά θ ορισμένη από το χρήστη, τότε οι κλάσεις μειώνονται κατά μία και η αντίστοιχη γραμμή διαγράφεται. Οι γραμμές που έχουν απομείνει αξιολογούνται.

Προκειμένου να αξιολογηθούν οι υποψήφιες λύσεις, χρησιμοποιήθηκε μία αντικειμενική συνάρτηση η οποία είναι βασισμένη στον δείκτη Davies–Bouldin (DB) (Davies & Bouldin, 1979). Θεωρούμε ότι $R_{i,j}$ είναι ένα μέτρο αξιολόγησης κάθε κλάσης το οποίο δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$R_{i,j} = \frac{S_i + S_j}{M_{i,j}} \quad (11)$$

όπου S_i και S_j είναι οι διασπορές των i και j συστάδων, υπολογισμένες από τον τύπο:

$$S_i = \left(\frac{1}{T_i}\sum_{j=1}^{T_i}\left|X_j - A_i\right|^q\right)^{1/q} \quad (12)$$

όπου T_i είναι ο αριθμός των διανυσμάτων στην i συστάδα, X_j είναι το διάνυσμα χαρακτηριστικών κάθε μαθητή, και A_i είναι το κέντρο της i συστάδας. Κάθε μαθητής κατατάσσετε στη συστάδα της οποίας το κέντρο της είναι πιο κοντά στο δικό του.

$M_{i,j}$ είναι η μετρική Minkowski (Friedman & Rubin, 1967) υπολογισμού των κέντρων των συστάδων i και j, υπολογισμένες ως:

$$M_{i,j} = \left\{\sum_{k=1}^{N}\left|a_{k,i} - a_{k,j}\right|^p\right\}^{1/p} \quad (13)$$

όπου $a_{k,i}$ είναι το k στοιχείο του A_i. Όταν το p είναι 2, ο τύπος αντιστοιχεί στην Ευκλείδεια απόσταση.

Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $\bar{R}$ ορίζεται αμέσως μετά ως:

$$\bar{R} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} R_i \quad (14)$$

όπου

$$R_i = \text{μέγιστη τιμή του } R_{i,j} \text{ για } i \neq j \quad (15)$$

Για την περίπτωση όπου μια ομάδα μαθητών ήταν πολύ μικρή ή πολύ μεγάλη, προστέθηκε ένα σφάλμα στην αντικειμενική συνάρτηση, διπλασιάζοντας την τιμή της, με σκοπό όλες οι ομάδες να κυμαίνονταν από τέσσερα μέχρι έξι άτομα. Ο αριθμός των τεσσάρων έως έξι μελών θεωρείται κατάλληλος για τον αριθμό των μελών μιας μαθητικής ομάδας που λειτουργεί ομαδοσυνεργατικά μιας και διευκολύνεται η αποτελεσματική συνεργασία και επικοινωνία των μελών εντός αυτής (Καζέλα, 2009; Κανάκης, 2001). Ως αποτέλεσμα, το k θα πρέπει να είναι μία ακέραια σταθερά μεγαλύτερη ή ίση από το πηλίκο της διαίρεσης του αριθμού των μαθητών με τον αριθμό τέσσερα.

Ακολούθως, αφού ολοκληρώθηκε η διαχωρισμός των ομάδων χρησιμοποιώντας τον DE, οι λύσεις αξιολογήθηκαν ενδοομαδικά ως προς την ομοιογένειά τους σύμφωνα με το συντελεστή μεταβλητότητας (coefficient of variation, Cv). Τιμές κοντά στο 0 δηλώνουν ομοιογένεια ως προς το χαρακτηριστικό, ενώ τιμές κοντά στο 1 υποδεικνύουν ανομοιογένεια (Lovie, 2005). Οι τιμές του δείκτη Cv δείχνουν: α) υψηλού επιπέδου ομοιογένεια $(0.00<Cv\leq0.25)$, β) μέτριου επιπέδου ομοιογένεια $(0.25<Cv\leq0.40)$ and γ) χαμηλού επιπέδου ομοιογένεια $(Cv>0.40)$. Επίσης αξιολογήθηκαν με τον έλεγχο Kruskal-Wallis οι ομάδες που προέκυψαν για να διερευνηθεί αν αυτές διαφέρουν σε διάφορα επίπεδα στατιστικής σημαντικότητας (0,01, 0,001). Το μέγεθος των επιδράσεων (size effects) υπολογίστηκε μέσω των δεικτών Eta Squared (η^2) και Cohen’s d (d) (Fritz, Morris & Richler, 2012, p.12; Cohen, 2008).

4 Δεδομένα δοκιμών

Για την επίτευξη του παραπάνω σκοπού αξιοποιήθηκαν αξιολογικά δεδομένα ποσοτικού χαρακτήρα που αφορούσαν ατομικές επιδόσεις και ψυχοκοινωνικά δεδομένα μαθητών μιας ανομοιογενούς τάξης μαθηματικών, προκειμένου να υλοποιηθούν οι πολυκριτήριες διαδικασίες δοκιμών.

Τα δεδομένα, όπως περιγράφονται και στον Πίνακα 1, αφορούν την ολιστική αξιολόγηση μιας τάξης μαθητών δημοτικού σχολείου συνολικής δυναμικότητας 21 ατόμων, με τα εξής εργαλεία:

α) το τεστ Νοημοσύνης του Raven's (CPM, 2015) για τη σφαιρική εκτίμηση της γενικής νοητικής ικανότητας (Τ1),

β) την Ανιχνευτική δοκιμασία μαθηματικής επίδοσης για μαθητές δημοτικού των Παπαϊωάννου κ.ά. (2010), για την εκτίμηση των μαθηματικών δεξιοτήτων (Τ2),

γ) το βαθμό του τριμήνου του μαθητή/τριας, ο οποίος αποτελεί εκτίμηση της επίδοσης στα μαθηματικά σύμφωνα με τον εκπαιδευτικό (Τ3),

δ) την κλίμακα Ανίχνευσης Μαθησιακών Δυσκολιών για τα μαθηματικά των Παντελιάδου και Σιδερίδη (2007) (Τ4) και τέλος

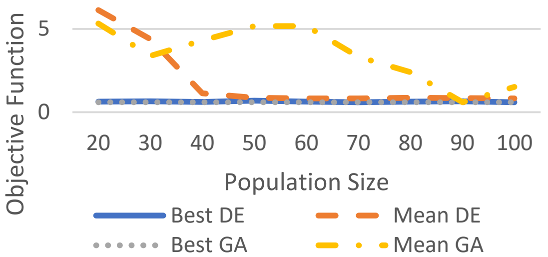
ε) το εργαλείο Ψυχοκοινωνικής Προσαρμογής των Χατζηχρήστου κ.ά (2007) για την εκτίμηση των δεξιοτήτων ή των δυσκολιών στον κοινωνικό και συναισθηματικό τομέα, τη σχολική προσαρμογή του μαθητή και τη διαπροσωπική και ενδοπροσωπική προσαρμογή του (Τ5).

Πίνακας 1. Περιγραφικοί δείκτες ποσοτικών δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν για την εφαρμογή των αλγορίθμων

	T1	T2	T3	T4	T5
Mean	20,08	31,90	8,57	2,29	4,14
Sd	3,50	3,58	1,25	0,78	1,01
Min	14	27	6	1	2
Max	26	39	10	3	5
Range	12	12	4	2	3
ΔΕ 95%	17,50-22,50	28,50-34,00	7,50-10,00	2,00-3,00	3,00-5,00

5 Αποτελέσματα

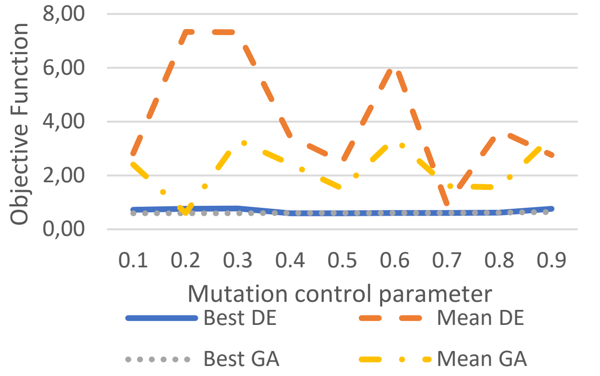
Αρχικά έγινε η αρχικοποίηση των παραμέτρων των αλγορίθμων. Με σκοπό να βρεθούν οι τιμές για τις οποίες οι αλγόριθμοι αποδίδουν καλύτερα, οι αλγόριθμοι έτρεξαν για διαφορετικές παραμέτρους. Αρχικά ελέγξαμε τον πληθυσμό των αλγορίθμων δοκιμάζοντας τιμές από 20 έως 100 σωματίδια με προοδευτική αύξηση κατά 10 μονάδες. Οι αλγόριθμοι έτρεξαν 10 φορές για κάθε τιμή, των οποίων τα αποτελέσματα φαίνονται στο Σχήμα 1, όπου δηλώνεται η καλύτερη τιμή που βρήκαν καθώς και ο μέσος όρος των τιμών τους. Από το Σχήμα 1 παρατηρούμε πως και οι δύο αλγόριθμοι τρέχουν καλά για 90 σωματίδια. Για τον λόγο αυτό, επιλέξαμε 90 σωματίδια για κάθε αλγόριθμο.



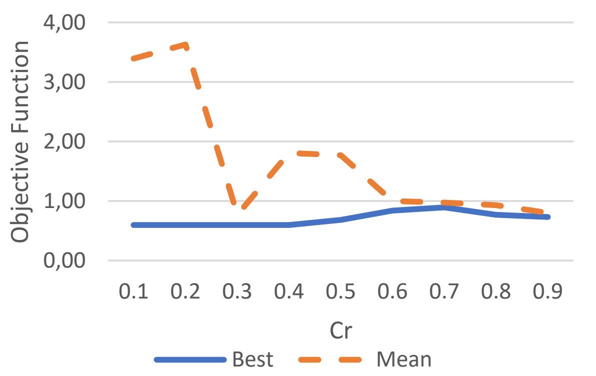
Σχήμα 1. Επηρεασμός αριθμού σωματιδίων στην απόδοση των αλγορίθμων

Ακολούθως, τρέξαμε για ακόμα 10 φορές τον κάθε αλγόριθμο, μεταβάλλοντας αυτή τη φορά το συντελεστή μετάλλαξης δοκιμάζοντας τιμές από 0.1 έως 0.9 με προοδευτική αύξηση κατά 0.1 μονάδες. Τα αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται στο Σχήμα 2, δείχνουν πως ο GA δίνει καλύτερα αποτελέσματα με τιμή μετάλλαξης 0.2 σε αντίθεση με τον DE που δίνει καλύτερες τιμές για 0.7.

Τέλος, ελέγχουμε την επιρροή του συντελεστή πιθανότητας διασταύρωσης του DE στα αποτελέσματα του. Ο DE τρέχει μεταβάλλοντας τις τιμές του *Cr* από 0.1 μέχρι 0.9, με προοδευτική αύξηση κατά 0.1. Κάθε συνδυασμός τρέχει 10 φορές και τα αποτελέσματα κάθε συνδυασμού παρουσιάζονται στο Σχήμα 3. Από το Σχήμα 3 παρατηρούμε πως ο αλγόριθμος αποδίδει καλύτερα για *Cr*=0.3.



Σχήμα 2. Επηρεασμός τιμής συντελεστή μετάλλαξης στην απόδοση των αλγορίθμων



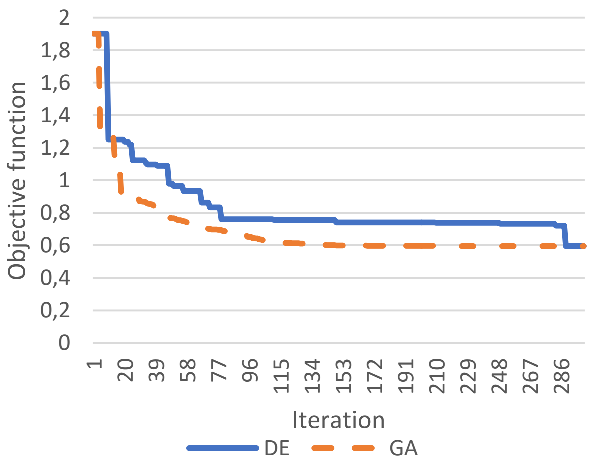
Σχήμα 3. Επηρεασμός τιμής συντελεστή πιθανότητας διασταύρωσης στην απόδοση του αλγορίθμου DE

Χρησιμοποιώντας τους συνδυασμούς αυτούς, οι αλγόριθμοι έτρεξαν 25 φορές. Κάθε τρέξιμο του κάθε αλγορίθμου διαρκεί περίπου πέντε δευτερόλεπτα.

Από την στατιστική ανάλυση της επίδοσης τους προέκυψαν τα περιγραφικά στοιχεία του Πίνακα 2, στον οποίο παρατηρείται πως ο DE/rand/1 καθώς και ο GA αποδίδουν καλύτερα συγκριτικά με τις υπόλοιπες στρατηγικές μετάλλαξης του DE. Παρόλα αυτά, ο GA παρατηρήθηκε να εγκλωβίζεται κάποιες φορές σε τοπικό βέλτιστο. Η καμπύλη σύγκλισης των δύο πιο αποδοτικών μεθόδων παρουσιάζεται στο Σχήμα 4, ενώ στο Σχήμα 5 παρουσιάζεται η γραφική αναπαράσταση της ομαδοποίησης.

Πίνακας 2. Στατιστική Ανάλυση επίδοσης Αλγορίθμων

Statistics	rand/1	rand/2	best/1	best/2	current-to-best/1	GA
Best	**0.59**	0.69	0.69	0.66	0.69	**0.59**
Worst	**0.87**	1.18	1.18	0.88	0.95	9.69
Mean	**0.76**	0.80	0.83	0.78	0.81	1.33
Median	0.77	0.80	0.81	0.80	0.81	**0.60**
Sd.	0.07	0.10	0.12	**0.06**	0.08	2.51



Σχήμα 4. Καμπύλη σύγκλισης αλγορίθμων στο εν λόγω πρόβλημα

Η καλύτερη λύση εντοπίσθηκε από τους αλγορίθμους DE/rand/1 και GA οι οποίοι απέδωσαν 4 διαφορετικές ομάδες 4, 5 ή 6 μελών με παρόμοια χαρακτηριστικά μαθηματικής ικανότητας, δυσκολιών, ψυχοκοινωνικό και γνωστικό προφίλ σε επίπεδο ομάδας (βλ. Πίνακας 3).

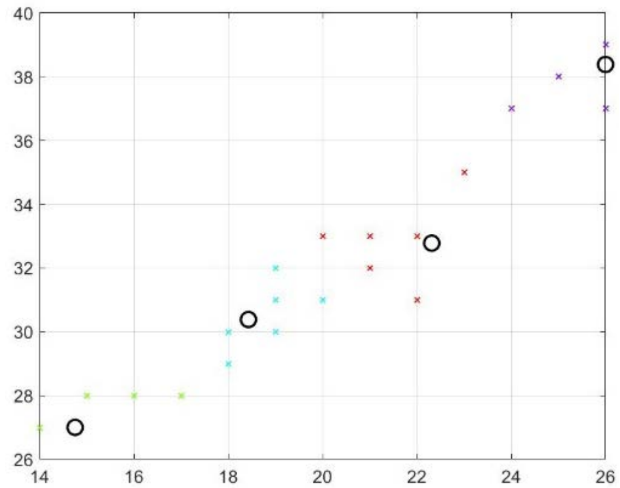
Πίνακας 3. Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις ανά σχηματισμένη ομάδα και ατομικά χαρακτηριστικά μαθητών

Ομάδα	T1		T2		T3		T4		T5	
	M.	T.A.	M.	T.A.	M.	T.A.	M.	T.A.	M.	T.A.
A	18,83	0,75	30,50	1,04	8,33	0,52	2,00	0,00	3,83	0,75
B	15,60	1,14	27,80	0,45	6,80	0,45	1,20	0,45	2,80	0,45
Γ	25,25	0,96	37,75	0,96	10,00	0,00	3,00	0,00	5,00	0,00
Δ	21,50	1,05	32,83	1,33	9,33	0,52	3,00	0,00	5,00	0,00

Η πρώτη ομάδα περιλάμβανε έξι μαθητές με μέση τιμή ανά κλίμακα αξιολόγησης ίση με T1=18,83±0,75, T2=30,50±1,04, T3=8,33±0,52, T4=2,00±0,00, T5=3,83±0,75. Η δεύτερη περιλάμβανε πέντε μαθητές με μέση τιμή ανά κλίμακα ίση με T1=15,60±1,14, T2=27,80±0,45, T3=6,80±0,45, T4=1,20±0,45, T5=2,80±0,45. Η τρίτη περιλάμβανε τέσσερις μαθητές με μέση τιμή ανά κλίμακα ίση με T1=25,25±0,96, T2=37,75±0,96, T3=10,00±0,00, T4=3,00±0,00, T5=5,00±0,00. Τέλος, η τέταρτη ομάδα περιλάμβανε έξι μαθητές με μέση τιμή ανά κλίμακα ίση με T1=21,50±1,05, T2=32,83±1,33, T3=9,33±0,52, T4=3,00±0,00, T5=5,00±0,00.

Οι τιμές των συντελεστών μεταβλητότητας, για την αξιολόγηση της ομοιογένειας μέσα στην κάθε ομάδα που σχηματίστηκε μέσω αλγορίθμου DE, απέδωσε τιμές από 0,00 έως 0,37 (βλ.: Πίνακας 4).

Τέλος, από τα αποτελέσματα του ελέγχου Kruskal-Wallis προέκυψε ότι οι τέσσερις ομάδες διαφέρουν σημαντικά ως προς την νοημοσύνη των μαθητών [$\chi^2(3)=18,67$, $p<0,001$, d=6,9, $\eta^2=0,92$] τη μαθηματική τους ικανότητα [$\chi^2(3)=18,23$, $p<0,001$, d=5,9, $\eta^2=0,90$], τους βαθμούς που τους απέδωσαν οι εκπαιδευτικοί τους [$\chi^2(3)=17,62$, $p<0,01$, d=4,9, $\eta^2=0,86$], τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν [$\chi^2(3)=19,26$, $p<0,001$, d=9,4, $\eta^2=0,96$] και τα χαρακτηριστικά ψυχοκοινωνικής προσαρμογής τους [$\chi^2(3)=16,92$, $p<0,01$, d=4,3, $\eta^2=0,82$].



Σχήμα 5. Ομαδοποίηση με χρήση του αλγορίθμου DE

Πίνακας 4. Συντελεστές μεταβλητότητας (coefficient of variation, Cv) ανά σχηματισμένη ομάδα και ατομικά χαρακτηριστικά μαθητών

Ομάδα	Αριθμός μαθητών ομάδας	T1	T2	T3	T4	T5
Α	6	0,04	0,03	0,06	0,00	0,20
Β	5	0,07	0,02	0,07	0,37	0,16
Γ	4	0,04	0,03	0,00	0,00	0,00
Δ	6	0,05	0,04	0,06	0,00	0,00

6 Συμπεράσματα

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα προέκυψε ότι η αξιοποίηση του αλγόριθμου βελτιστοποίησης διαφορικής εξέλιξης (DE) καθώς και του γενετικού αλγορίθμου (GA) μπορεί να βρει αξιόπιστη λύση στο NP-hard πρόβλημα της δημιουργίας και του σχηματισμού μαθητικών ομάδων για την εφαρμογή εξατομικευμένων προγραμμάτων διδασκαλίας στο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών. Από αυτή τη μεθοδολογία προκύπτουν ταξινομημένες και ετερογενείς μεταξύ τους μαθητικές ολιγομελής ομάδες, με τα μέλη της κάθε μίας να φέρει ομοιογενή χαρακτηριστικά μαθηματικής ικανότητας, δυσκολιών στα μαθηματικά, ψυχοκοινωνικό και γνωστικό προφίλ. Με αυτό τον τρόπο ο εκπαιδευτικός μπορεί να διαχειρίζεται με ευκολία το μαθητικό δυναμικό της τάξης του και να γνωρίζει τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της κάθε ομάδας.

Οι δύο αλγόριθμοι που παρουσιάστηκαν φαίνονται μεταξύ τους ιδιαίτερα ανταγωνιστικοί όσο αναφορά την εγκυρότητα των αποτελεσμάτων και τη σύγκλισή τους. Αν και ο GA παρατηρήθηκε να συγκλίνει πιο γρήγορα, ο DE είναι αυτός ο οποίος δεν δείχνει να εγκλωβίζεται σε τοπικά βέλτιστα. Έτσι αποφεύγονται οι λάθος σχηματισμοί συστάδων. Επιπρόσθετα, παρατηρήθηκε ότι η έκδοση DE/rand/1 απέδωσε καλύτερα στο εν λόγω πρόβλημα, κάτι το οποίο επαληθεύει τους Zhou, Yi, Gao, & Li (2016), οι οποίοι υποστήριξαν ότι είναι η πιο διαδεδομένη στρατηγική μετάλλαξης του DE.

Ως προσεγγίσεις ομαδοποίησης οι αλγόριθμοι μπορούν να αξιοποιηθούν τόσο σε παραδοσιακές τάξεις διδασκαλίας, όσο και σε ψηφιακές, διευκολύνοντας τον εκπαιδευτικό ρόλο, αφού μπορεί να αντισταθμίσει δυσκολίες στην πολυκριτήρια ομαδοποίηση και τη διαφοροποίηση των μαθητών (Faber, et al. 2018) σε ποικίλα γνωστικά αντικείμενα. Πλεονέκτημα των μεθοδολογιών αυτών είναι ότι μπορεί να εφαρμοστεί για μεγάλο αριθμό μαθητών και να δώσει λύσεις σε πολύ σύντομο χρόνο. Επίσης, δεν υπάρχει περιορισμός στα στοιχεία που μπορεί να δεχτεί ως ποσοτικά δεδομένα, ούτε στους αξιολογήσιμους παράγοντες που προκύπτουν από την πολύπλευρη και ολιστική αξιολόγηση του μαθητή.

Στην προκειμένη μελέτη ένας περιορισμός που υπήρξε ήταν ο μικρός αριθμός συμμετεχόντων, ο οποίος ενδέχεται να εγείρει ζητήματα εγκυρότητας. Ωστόσο, τα εργαλεία που αξιοποιήθηκαν ήταν σταθμισμένα προκειμένου να αντισταθμίσουν τυχόν ψυχομετρικά ζητήματα, ενώ είναι σημαντικό να τονιστεί -κάτι το οποίο προσδίδει εφαρμοσιμότητα των μεθόδων σε πραγματικές συνθήκες- ότι η εφαρμογή των υπολογιστικών μεθόδων έγινε σε πραγματικά πλαίσια τάξης, όπου υπάρχουν φυσικοί περιορισμοί στον μέγιστο αριθμό μαθητών που φοιτούν σε αυτές.

Τέλος, προτείνεται η εφαρμογή περισσότερων αλγορίθμων βελτιστοποίησης στο εν λόγω πρόβλημα και η σύγκριση αυτών σε επίπεδο ταχύτητας και αποτελεσματικότητας, χρησιμοποιώντας δεδομένα μαθητών παραδοσιακών ή ψηφιακών τάξεων διδασκαλίας, καθώς και έρευνα στις στάσεις των εκπαιδευτικών απέναντι στο βαθμό που οι ίδιοι είναι ικανοποιημένοι από την κατηγοριοποίηση που προκύπτει και το βαθμό που μπορεί αυτή να αποδώσει καρπούς στη διδακτική πράξη. Ενδιαφέρον, επίσης, παρουσιάζει η μελέτη της επίδρασης μιας τέτοιας μεθοδολογίας ομαδοποίησης στη μαθησιακή εξέλιξη του μαθητή σε σύγκριση με παραδοσιακούς τρόπους διαχωρισμού, αλλά και η πραγματοποίηση μιας τέτοιας έρευνας με τη χρήση στρωματοποιημένης δειγματοληψίας (stratified sampling) εφόσον καθίσταται δυνατό.

Βιβλιογραφία

Agrawal, R., Golshan, B., & Terzi, E. (2014). Grouping students in educational settings. *ACM SIGKDD*, 1017-1026.

Ani, Z., Yasin, A., Husin, M. Z., & Hamid, Z. A. (2010). A Method for Group Formation Using Genetic Algorithm. *International Journal on Computer Science and Engineering*, 2(9), 3060-3064.

Ankerst, M., Breunig, M. M., Kriegel, H. P., & Sander, J. (1999). *OPTICS: Ordering Points To Identify the Clustering Structure*. ACM SIGMOD international conference on Management of data, 49–60.

Chikh, A., & Hank, S. (2016). Towards a cooperative learning approach using intelligence based learners grouping. *Computer Applications in Engineering Education*, 24(4), 639-650.

Cohen, B. (2008). *Explaining psychological statistics (3rd ed.)*. New York: John Wiley & Sons.

Das, S., Mullick, S. S., & Suganthan, P. N. (2016). Recent advances in differential evolution – An updated survey. *Swarm and Evolutionary Computation*, *27*, 1–30.

Davies, D. L., & Bouldin, D. W. (1979). A Cluster Separation Measure In *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1(2), 224-227.

Deunk, M., Smale-Jacobse, A., Boer, H., Doolaard, S., & Bosker, R. (2018). Effective differentiation Practices: A systematic review and meta-analysis of studies on the cognitive effects of differentiation practices in primary education. *Educational Research Review*, 24, 31-54.

Dunn, J. (1974). Well separated clusters and optimal fuzzy partitions. *Journal of Cybernetics*, 4, 95-104.

Ester, M., Kriegel, H. P., Sander, J., & Xu, X. (1996). *A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise.* In E. Simoudis, J. Han, & U. M. Fayyad, Proceedings of the Second International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD-96) (pp. 226–231). AAAI Press.

Ζερβουδάκης, Κ, & Μαστροθανάσης, Κ. (υπό έκδοση). *Σχηματισμός μαθητικών ομάδων για εφαρμογές διαφοροποιημένης διδασκαλίας στα μαθηματικά με χρήση αλγορίθμου Διαφορικής Εξέλιξης*. Στα: Πρακτικά του 6[ου] Πανελληνίου Επιστημονικού Συνεδρίου «Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία». Αθήνα: Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Faber, J., Glas, C., & Visscher, A. (2018). Differentiated instruction in a data-based decision-making context. *School Effectiveness and School Improvemen*t, 29(1), 43-63.

Floreano, D., Mattiussi, C. (2008). *Bio-Inspired Artificial Intelligence. Theories, Methods, and Technologies*. Machahusett: The MIT Press.

Friedman, H. P., & Rubin, J. (1967). On Some Invariant Criteria for Grouping Data*. Journal of the American Statistical Association, 62* 1159-1178.

Fritz, C. O., Morris, P. E., & Richler, J. J. (2012). Effect size estimates: Current use, calculations, and interpretation. *Journal of Experimental Psychology: General, 141(1)*, 2-18.

Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Boston: Addison-Wesley Longman Publishing Co.

Graf, S., & Bekele, R. (2006). *Forming heterogeneous groups for intelligent collaborative learning systems with ant colony optimization* (pp. 217-226). In Proceedings of the 8th international conference on Intelligent Tutoring Systems.

Haupt, R. L., & Haupt, S. E. (2004). The Continuous Genetic Algorithm. In R. L. Haupt & S. E. Haupt (Eds.), *Practical Genetic Algorithms* (pp. 51–66). New Jersey: Wiley-Interscience.

Ho, T. F., Shyu, S. J., Wang, F. H., & Li, C. T. J. (2009). *Composing High-heterogeneous and Highinteraction Groups in Collaborative Learning with Particle Swarm Optimization* (pp. 607-611). In World Congress on Computer Science and Information Engineering.

Hopkins, D. (2010). Personalized Learning in School Age Education. In P. Peterson, E. Baker, B. McGaw (Eds.), *International Encyclopedia of Education* (pp. 227-232). Amsterdam: Elsevier.

Houtveen, A. A. M., Booij, N., De Jong, R., & Van de Grift, W. (1999). Adaptive instruction and pupil achievement. *School Effectiveness and School Improvement*, 10, 172–192.

Hwang, G. J., Yin, P. Y., Hwang, C. W., & Tsai, C. C. (2008). An Enhanced Genetic Approach to Composing Cooperative Learning Groups for Multiple Grouping Criteria. *Educational Technology & Society*, 11(1), 148-167.

Karsenti, T. (2019). Artificial Intelligence in Education: The Urgent Need to Prepare Teachers for Tomorrow's Schools. *Formation et profession*, 27(1), 112-116.

Καζέλα, Κ. (2009). *Ομαδοσυνεργατική Διδασκαλία και Μάθηση*. Αθήνα: Εκδόσεις Οδυσσέας

Κανάκης, Ν. Ι. (2001). *Η Οργάνωση της Διδασκαλίας-Μάθησης με Ομάδες Εργασίας Θεωρητική Θεμελίωση και Πρακτική Εφαρμογή*. Αθήνα: Εκδόσεις Τυπωθήτω.

Lin, Y. T., Huang, Y. M., & Cheng, S. C. (2010). An automatic group composition system for composing collaborative learning groups using enhanced particle swarm optimization. *Computers & Education*, 55, 1483– 1493.

Lloyd, S. (1982). Least squares quantization in PCM. *IEEE Transactions on Information Theory*, 28(2), 129-137.

Lovie, P. (2005). Coefficient of variation. *Encyclopedia of statistics in behavioral science*, Vol. I, 317-318, New Jersey: Wiley.

Moreno, J., Ovalle, D. A., & Vicari, R. M. (2012). A genetic algorithm approach for group formation in collaborative learning considering multiple student characteristics. *Computers & Education*, 58, 560–569.

Nomi, T. (2009). The effects of within-class ability grouping on academic achievement in early elementary years. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 3, 56–92.

Pinninghoff, A., Ramírez, M., Contreras Arriagada, R., Salcedo Lagos, P. (2015). Collaborative Group Formation Using Genetic Algorithms. *IWINAC*, 2, 330-338.

Prast, E., Van de Weijer-Bergsma, E., Kroesbergen, E., & Van Luit, J. (2018). Differentiated instruction in primary mathematics: Effects of teacher professional development on student achievement. *Learning and Instruction*, 54, 22-34.

Price, K. V., Storn, R. M., & Lampinen, J. A. (2005). *Differential evolution: a practical approach to global optimization*. Berlin: Springer-Verlag.

Παντελιάδου, Σ. (2011). *Μαθησιακές δυσκολίες και εκπαιδευτική πράξη*. Αθήνα: Πεδίο.

Παντελιάδου, Σ., & Σιδερίδης, Γ. (2007). *Ανίχνευση μαθησιακών δυσκολιών από εκπαιδευτικούς*. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ- ΕΠΕΑΕΚ.

Παπαϊωάννου, Σ., Μουζάκη, Α., Σιδερίδης, Γ., & Σίμος, Γ. Π. (2010). *Η ανιχνευτική δοκιμασία μαθηματικής είδοσης (ΑΚΜΕ) για μαθητές του δημοτικού*. Στο: Η Ειδική Αγωγή αφετηρία εξελίξεων στην επιστήμη και στην πράξη. Αθήνα: Γρηγόρης.

Παπαοδυσσεύς, Κ., Καλοβρέκτης, Κ., Μυλωνάς, Ν. (2016). *MATLAB: εισαγωγή και εφαρμογές για μηχανικούς*. Θεσσαλονίκη: Τζιόλας.

Raven, J. (2015). *Raven's Colored Progressive Matrices*. Αθήνα: εκδόσεις Μοτίβο Αξιολόγηση.

Roy, A., Guay, F., & Valois, P. (2013). Teaching to address diverse learning needs: Development and validation of a differentiated instruction scale. *International Journal of Inclusive Education*, 17, 1186–1204.

Saleh, M., Lazonder, A. W., & De Jong, T. (2005). Effects of within-class ability grouping on social interaction, achievement and motivation. *Instructional Science*, 33, 105–119.

Santangelo, T., & Tomlinson, C.A. (2012). Teacher Educators' Perceptions and Use of Differentiated Instruction Practices: An Exploratory Investigation. *Action in Teacher Education*, 34(4), 309-327.

Savu-Cristescu, M., (2013). Differenced Instruction. Methodological and Practical Demarches. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 76, 759-764.

Storn, R., & Price, K. (1997). Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, (11), 341–359.

Tomlinson, C. A., Brighton, C., Hertberg, H., Callahan, C. M., Moon, T. R., Brimijoin, K., Conover, L. A., & Reynolds, T. (2003). Differentiating instruction in response to student readiness, interest, and learning profile in academically diverse classrooms: A review of literature. *Journal for the Education of the Gifted*, 27, 119-145.

Wan, S. W. (2017). Differentiated instruction: are Hong Kong in-service teachers ready?. *Teachers and Teaching*, 23(3), 284-311.

Wang, D. Y. & Lin, S. S. J., & Sun, C. T. (2007). DIANA: A computer-supported heterogeneous grouping system for teachersto conduct successful small learning groups. *Computers in Human Behavior*, 23, 1997-2010.

Yeoh, H. K., Mohamad Nor, M. I. (2011). An Algorithm to Form Balanced and Diverse Groups of Students. *Computer Applications in Engineering Education*, 19, 582-590.

Zhou, Y., Yi, W., Gao, L., & Li, X. (2016). Analysis of mutation vectors selection mechanism in differential evolution. *Applied Intelligence*, *44*(4), 904–912.

Χατζηχρήστου, Χ, Πολυχρόνη, Φ, Μπεζεβέγκης, Η. & Μυλωνάς, Κ. (2007). *Εργαλείο Ψυχοκοινωνικής Προσαρμογής παιδιών Προσχολικής και Σχολικής Ηλικίας*. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ- ΕΠΕΑΕΚ.